Serie N°4 **3.M**

EXERCICE N°1

I- Soit g la fonction définie sur $[-1,+\infty[$ par $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}+1}$.

1/a) Justifier que g est continue sur $[-1,+\infty[$.

b) Calculer alors $\lim\limits_{x\to 0} g(x)$.

2/ Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

a) Déterminer le domaine de définition D_f de f.

b) Montrer que $\forall x\in D_f \quad f(x)=g(x)$.

c) En déduire que f est prolongeable par continuité en 0 et définir la fonction prolongée F de f.

II- Soit h la fonction définie sur IR par: $h(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{si } x\geq -1 \text{ et } x\neq 0\\ \dfrac{1}{2} & \text{si } x=0\\ \dfrac{x^2-3x-4}{x+1}+m & \text{si } x<-1\end{cases}$

1/ Justifier la continuité de h sur $IR-\{-1\}$.

2/ Montrer que $\lim\limits_{x\to(-1)^-} h(x)=m-5$.

3/ Pour quelle valeur de m ; h est continue en (-1).

EXERCICE N°2

Soient ABC un triangle isocèle en A tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})\equiv\dfrac{2\pi}{3}[2\pi]$ et E un point de la bissectrice de $(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}})$ tel que AE = AC

1/a) Donner les mesures principales de $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AC}})$

b) Soit $\alpha=\dfrac{-121\pi}{6}$; α est elle une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA}})$

2/a) Soit F le point tel que C = E*F .Montrer que le triangle ACF est isocèle

b)Donner la mesure principale de $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CF}})$

c)Calculer $(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AF}})$ et déduire que (BC) // (AF)

3/a) Construire le point I de [AF] tel que $(\widehat{\overrightarrow{CF},\overrightarrow{CI}})\equiv\dfrac{37\pi}{3}[2\pi]$

b) Montrer que $(CI)\perp(BC)$

EXERCICE N°3

Soit ABC un triangle isocèle en C tel que $(\widehat{\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}}) \equiv \frac{2\pi}{3}[2\pi]$ et ζ son cercle circonscrit de centre O

1/ Faite une figure

2/a) Donner les mesures principales des angles $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})$ et $(\overrightarrow{OC},\overrightarrow{OA})$

b) Déduire la nature du triangle OAC

3/ La droite (CO) recoupe ζ en D

a) Donner une mesure des angles $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DA})$ et $(\overrightarrow{AO},\overrightarrow{AD})$

b) Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DB}}) \equiv -\frac{\pi}{3}[2\pi]$

c) Montrer que les droites (AO) et (DB) sont perpendiculaires

4/ Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $(\widehat{\overrightarrow{MB},\overrightarrow{BC}}) \equiv \frac{\pi}{2}[\pi]$

EXERCICE N°4

Soit f la fonction définie sur $[-2,2[$ par $f(x) = 2x.E(x+1)$

1/ Déterminer l'expression de f

2/ Tracer la courbe représentative de f dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

3/ Discuter suivant les valeurs de m le nombre de solution de l'équation f(x)= m ; $(m \in IR)$

EXERCICE N°5

Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = \frac{2x+4}{\sqrt{2x^2+1}+3}$

1/a) Justifier que g est continue sur IR

c) En déduire $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

2/ Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{\sqrt{2x^2+1}-3}{x-2}$

c) Déterminer le domaine de définition D, de f

d) Montrer que $\forall x \neq 2 \quad f(x) = g(x)$

c) En déduire que f est prolongeable par continuité en 2 et définir la fonction prolongée F de f